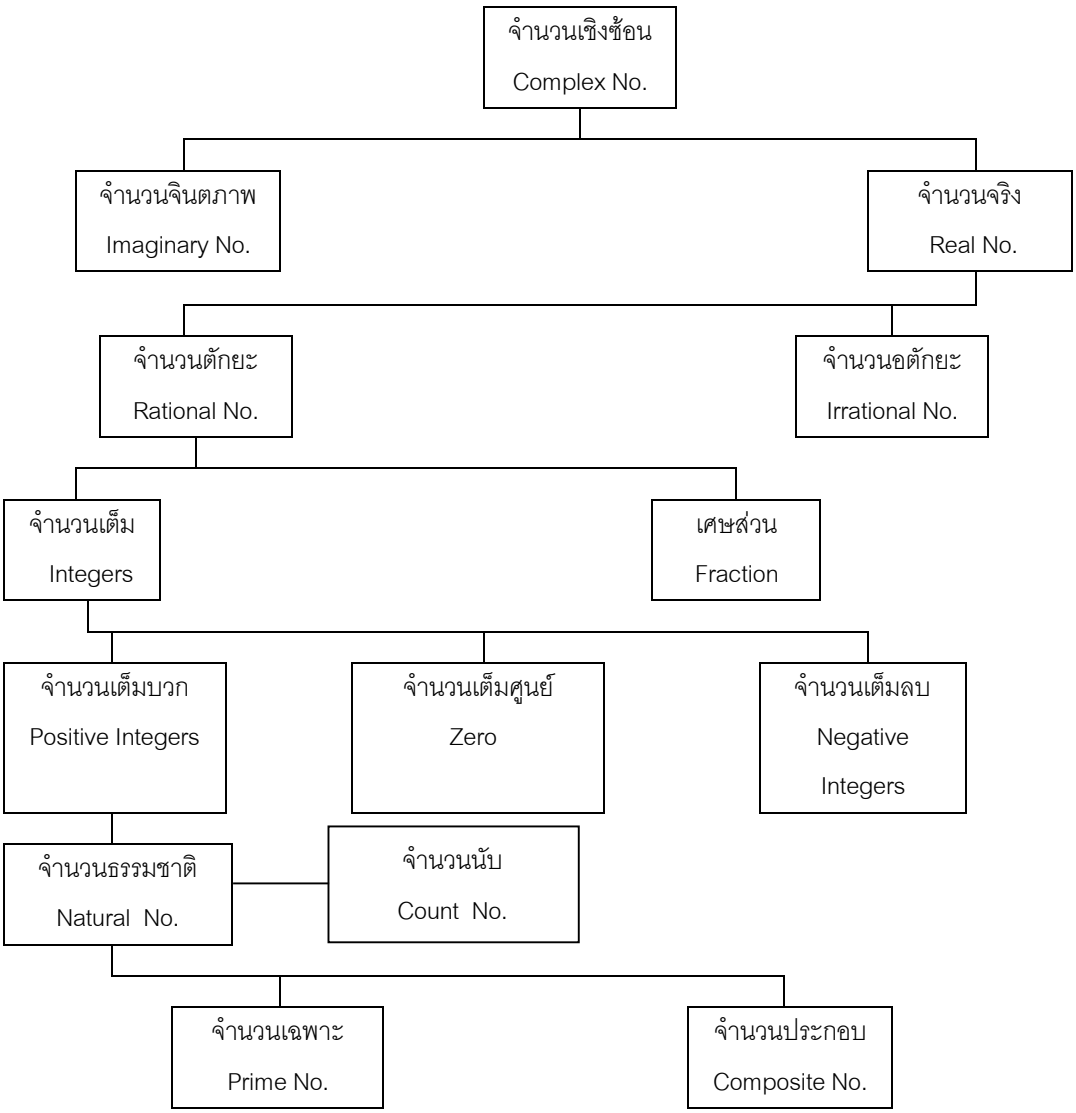
บทที่ 1
ระบบจำนวน

1. ระบบจำนวน (Number System)

ในระบบจำนวนนั้น มนุษย์มีความคิดในเรื่องการนับจำนวนมาตั้งแต่สมัยดึกดำบรรพ์ และได้คิดค้นสัญลักษณ์ที่ใช้แสดงจำนวน มากมายหลายแบบ แต่ละแบบที่มีใช้ ตามความจำเป็นและความสามารถ ซึ่งต่อมา ได้มีการวิวัฒนาการเรื่อย ๆ เช่น เดิมมีการนับจำนวนแบบจับคู่ ต่อมาก็ได้เปลี่ยนเป็นการขีดเขียนเครื่องหมายต่าง ๆ แทนจำนวน จากนั้นก็วิวัฒนาการเรื่อยมา โดยใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนต่าง ๆ และที่เราใช้กันในปัจจุบันคือ 0, 1, 2, 3, ... นี้เป็นสัญลักษณ์ในระบบ Hindo - Arabic

รูปที่ 1.1 แผนผังระบบจำนวน

ระบบจำนวนที่ใช้อยู่ในปัจจุบัน แบ่งออกตามชนิดของจำนวนได้ดังนี้



2. <u>เซ็ทของระบบจำนวน</u>

2.1 **<u>จำนวนธรรมชาติหรือจำนวนนับ</u>** (Natural Number) เป็นจำนวนเลขชุดแรกที่มนุษย์รู้จักและใช้ในการนับ บอกจำนวน และบอกอันดับ เซ็ทนี้แทนด้วย N = (1, 2, 3,…) สำหรับจำนวนนับนี้ แบ่งออกได้เป็น 2 ชนิด คือ

2.1.1 จำนวนเฉพาะ (Prime Number) หมายถึง จำนวนนับที่เขียนเป็นผลคูณของจำนวนนับ 2 จำนวน ที่ต่างกัน ได้เพียงชุดเดียว เช่น 2, 3, 5, 7, 11, 13, …

2	=	2 x 1	5	=	5 x 1
3	=	3 x 1	7	=	7 x 1

2.1.2 จำนวนประกอบ(Composite Number) หมายถึง จำนวนนับที่เขียนเป็นผลคูณของจำนวนนับ 2 จำนวน ที่ต่างกันได้มากกว่า 1 ชุด เช่น 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, _ _ _

4	=	1 x 4, 2 x 2	8	=	1 x 8, 2 x 4, 2 x 2 x 2
6	=	1 x 6, 2 x 3	9	=	1 x 9, 3 x 3

<u>หมายเหตุ</u> จำนวนนับ 1 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ และจำนวนประกอบ

2.2 **<u>จำนวนเต็ม</u>** (Integers) เป็นจำนวนที่เกิดจากผลต่างของจำนวนนับ 2 จำนวน และทำให้เกิดจำนวนเต็มใหม่ขึ้น 3 ลักษณะ เซ็ทนี้แทนด้วย I = (_ _ _ , -2, -1, 0, 1, 2, _ _ _)

2.2.1 จำนวนเต็มบวก (Positive Integer) เป็นจำนวนเต็มที่มีค่าเป็นบวก แต่ไม่นิยมเขียนเครื่องหมายบวก และเป็นเซ็ทเดียวกับจำนวนธรรมชาติ เซ็ทนี้เขียนแทนด้วย I^+ = 1, 2, 3, _ _ _

2.2.2 จำนวนเต็มศูนย์ (Zero) มีอยู่จำนวนเดียวคือ 0 เขียนแทนด้วย Z หรือ I^o = O

2.2.3 จำนวนเต็มลบ(Negative Integers) เป็นจำนวนเต็มที่มีค่าเป็นลบ มีเครื่องหมายลบอยู่ข้างหน้า เซ็ทนี้เขียนแทนด้วย I” = (-3, -2, -1)

2.3 **<u>เศษส่วน</u>** (Fraction) เ ป็นจำนวนที่เกิดจากจำนวนเต็มสองจำนวน หารกัน ตัวหารต้องไม่เท่ากับ 0 เซ็ทของเศษส่วนเขียนแทนด้วย F มีอยู่ 2 ลักษณะ คือ

2.3.1 เศษส่วนแท้ (Proper Frn.) คือ เศษส่วนที่จำนวนเศษ มีค่าน้อยกว่าจำนวนส่วน เช่น 7/9, 3/4,1/2 , _ _ _

2.3.2 เศษส่วนเกิน (Improper Frn) คือ เศษส่วนที่จำนวนส่วนมีค่าน้อยกว่าจำนวนเศษ เช่น 35/9, 7/5, 9/2, _ _ _

2.4 **<u>จำนวนตักยะ</u>** (Rational No.) เป็นจำนวนที่สามารถทำให้อยู่ในรูปของเศษส่วนได้ เขียนแทนด้วย Q เช่น 2, -3/7, 5/8, 0.3,…

<u>หมายเหตุ</u> จำนวนทศนิยมประเภทซ้ำ (Rational Decimal) ก็ถือว่าเป็นจำนวนตักยะ เพราะว่าทุก ๆ จำนวนทศนิยมประเภทซ้ำ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเศษส่วนได้เสมอ เช่น

0.222_ _ _	=	$0.\dot{2}$	=	2/9
0.431431_ _ _	=	$0.\dot{4}3\dot{1}$	=	431/999

2.5 **<u>จำนวนอตักยะ</u>** (Irrational Number) เป็นจำนวนที่ไม่สามารถทำเป็นเศษส่วนได้ โดยทั่วไปจะเป็นเลขที่อยู่ภายใต้เครื่องหมาย ราก (Root) เมื่อหาค่าออกมาเป็นทศนิยม เราจะหาค่าได้โดยประมาณเท่านั้น เซ็ทของจำนวนอตรรกยะเขียนแทนด้วย Q[1] เช่น

$\sqrt{2}$ = 1.414_ _ _ , $\sqrt{5}$ = 2.236_ _ _ , ¶ = 3.141592633_ _ _

2.6 **<u>จำนวนจริง</u>** (Real Number) เป็นจำนวนที่มีค่าอย่างแท้จริง หรือค่าโดยรวม ซึ่งก็หมายถึงค่าจำนวนตักยะ และอตักยะรวมกันนั่นเอง เซ็ทนี้เขียนแทนด้วย R เช่น 21, -5, $\sqrt{6}$, $3\sqrt{-10}$ ในการกล่าวถึงจำนวน, ถ้าไม่ได้กำหนดว่าเป็นเซ็ทใด ก็ให้ถือว่าเป็นเซ็ทของจำนวนจริงเสมอ

2.7 **<u>จำนวนจินตภาพ</u>** (Imaginary Number) หรืออีกนัยหนึ่ง จำนวนไม่จริง (Unreal Number) เป็นจำนวนลบใด ๆ ที่อยู่ภายใต้เครื่องหมายรากที่ 2 และจำนวนเหล่านี้ไม่สามารถหาค่าที่แท้จริงได้ หรือแม้แต่ค่าโดยประมาณ เซ็ทนี้เขียนแทนด้วย R เช่น $\sqrt{-2}$ $\sqrt{-4}$ $\sqrt[4]{-8}$ $\sqrt[6]{-10}$

2.8 **<u>จำนวนเชิงซ้อน</u>** (Complex Number) เป็นจำนวนที่ประกอบด้วย จำนวนจริงกับจำนวนจินตภาพเข้าด้วยกัน หรือเป็นจำนวนที่สมบูรณ์ที่สุด เท่าที่มีอยู่ในขณะนี้ เขียนแทนด้วย C เช่น

$3+(\sqrt{-2})\frac{5}{3}+\sqrt{-1}$ หรือเขียนอยู่ในรูปของ $i=\sqrt{-1}$ เช่น

$3+\sqrt{-4} = 3+2i, -5+\sqrt{-1} = -5+i$

3. <u>เส้นจำนวน</u> (NUMBER LINE)

เส้นจำนวนคือ เส้นตรงที่มีความยาวไม่จำกัด จุดต่างๆ บนเส้นนี้ สามารถจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งกับสมาชิกของเซ็ทจำนวนจริงได้ บางทีเรียกว่า เส้นจำนวนจริง (REAL LINE) นั่นคือ จำนวนจริง แต่ละจำนวนสามารถแทนได้ ด้วยจุดจุดหนึ่ง และจุดเดียวเท่านั้นบนเส้นนี้

4. <u>คุณสมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก</u>

4.1 **คุณสมบัติของการบวก** (Closure Property) ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว a + b เป็นจำนวนจริงด้วย เช่น

5 และ 2 ต่างก็เป็นจำนวนจริง

5 + 2 ก็เป็นจำนวนจริง (เพราะเท่ากับ 7)

4.2 **คุณสมบัติการสลับที่ของการบวก** (Commutative Property) ในการบวกจำนวนจริงสองจำนวน เมื่อสลับที่จำนวนทั้งสองแล้ว ผลบวกจะเท่าเดิม

a + b = b + a

2 + 3 = 3 + 2

4.3 **คุณสมบัติการจัดหมู่ของการบวก** (Associative Property) ในการบวกจำนวนจริงสามจำนวน จะบวกสองจำนวนหลังก่อน หรือจะบวกสองจำนวนแรกก่อน ผลบวกจะเท่าเดิม

a + (b + c) = (a + b) + c

2 + (3 + 4) = (2 + 3) + 4

4.4 **เอกลักษณ์การบวก** (Identity Property) ในระบบจำนวนจริง O เป็นเอกลักษณ์การบวกไม่ว่า a จะเป็นจำนวนจริงใดๆ

O + a = a = a + O

เช่น O + 6 = 6 = 6 + 0

4.5 **อินเวอร์สการบวก** (Inverse Property) ในระบบจำนวนจริง ถ้า a เป็นจำนวนจริง มีจำนวนจริง - a โดยที่

a + (-a) = 0 = (-a) + a

เช่น 3 + (-3) = 0 = (-3) +3

การลบจำนวนจริง

นิยาม เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ a - b = a + (-b)

เช่น 5 + (-2) = 5 - 2 = 3

<u>คุณสมบัติเกี่ยวกับอินเวอร์สการบวกของผลบวก และผลต่าง</u>

1. - (a + b) = (-a) + (-b) = -a -b

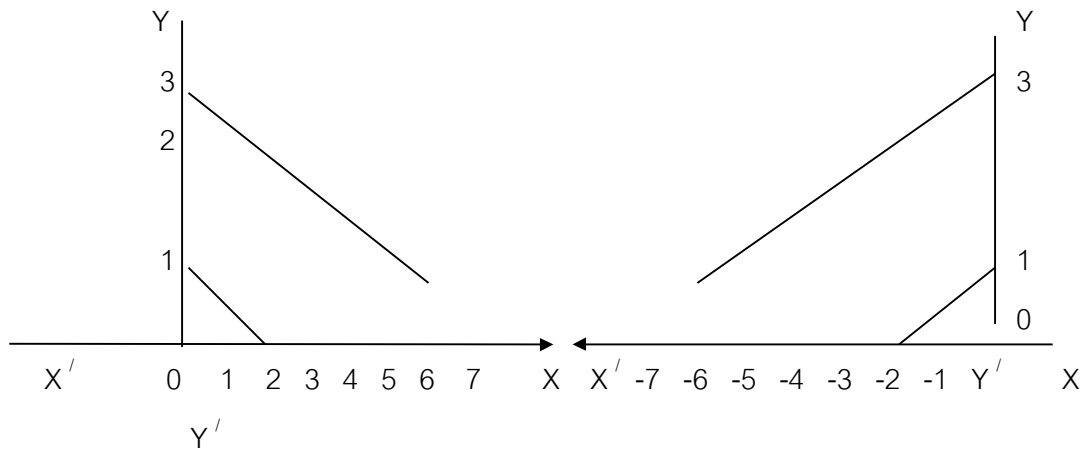
1. - (a - b) = (-a) + (b) = -a + b

ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มหรือจำนวนตักยะ เราสามารถหาผลคูณของ a x b ได้

เลือกจุดบนแกน x แทนจำนวนจริง a ลากเส้นจากจุดแกน a ไปถึงจุด (0, 1) บนแกน Y เลือกจุดแทนจำนวนจริง b บนแกน y ลากเส้นจากจุดนี้ขนานกับเส้นแรกจะไปตัดแกน x ที่จุดแทนผลคูณ a x b

ตัวอย่างที่ 1.1 คุณสมบัติเกี่ยวกับอินเวอร์สการบวกของผลบวก และผลต่าง

2



<u>คุณสมบัติการคูณของจำนวนจริง</u>

1. คุณสมบัติปิดของการคูณ ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง a x b เป็นจำนวนจริงด้วย

เช่น 5 และ 2 ต่างก็เป็นจำนวนจริง

5 x 2 ก็เป็นจำนวนจริง

2. คุณสมบัติการสลับที่ของการคูณ ในการคูณจำนวนจริงสองจำนวน เมื่อสลับที่ จำนวนทั้งสองนั้นแล้ว ผลคูณจะเท่าเดิม

เช่น $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$

3. คุณสมบัติการจัดหมู่ของการคูณ ในการคูณจำนวนจริงสามจำนวน จะคูณสองจำนวนหลังก่อนหรือสองจำนวนแรกก่อน ผลคูณจะเท่าเดิม

$a(bc) = (ab)c$

เช่น $(-3)(\frac{2}{3}x3) = (\frac{2}{3}x3)(-3)$

4. เอกลักษณ์การคูณในระบบจำนวนจริง 1 เป็นเอกลักษณ์ของการคูณ ไม่ว่า a จะเป็นจำนวนจริงใด ๆ

$1 \times a = a = a \times 1$

เช่น $1 \times 8 = 8 = 8 \times 1$

5. อินเวอร์สการคูณในระบบจำนวนจริง $\frac{1}{a}$ หรือ a^{-1} เป็นอินเวอร์สของ a ไม่ว่า a จะเป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$

$(a)(a^{-1}) = 1 = (a^{-1})(a)$

เช่น $(7)(7^{-1}) = 1 = (7^{-1})(7)$

<u>หมายเหตุ</u> อินเวอร์สการคูณของ $\sqrt{2-1}$ คือ $\sqrt{\frac{1}{2-1}} = \sqrt{\frac{1}{2-1}} x \sqrt{\frac{2-1}{1}} = 1$

6. คุณสมบัติการกระจาย (Distributive Property)

การคูณจำนวนจริงกับผลบวกของจำนวนจริงอีกสองจำนวน ถ้าเราคูณทีละจำนวนแล้วบวกกันผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากัน

$a(b + c) = ab + ac$

$2(3 + 4) = (2 \times 3) + (2 \times 4)$